Programa: Maestría en Economía Internacional.
Curso: Política Macroeconómica.
Edición: 2009-2010

Departamento de Economía
Facultad de Ciencias Sociales
Universidad de la República

Examen febrero de 2011
Duración: 3 horas
Es un examen con materiales a la vista.

1. Considere una economía en la que todos los individuos tienen un ingreso y y pagan el mismo impuesto a la renta con tasa τ. El gobierno gasta en dos tipos de bienes públicos. Las cantidades de esos bienes en términos per cápita son q_1 y q_2. Los individuos también consumen un buen privado c. Los agentes tienen preferencias heterogéneas por los bienes públicos. Su utilidad es:
$w^i = U(c) + \alpha^i G(q_1) + (1 - \alpha^i)F(q_2)$
Donde α^i es un parámetro intrínseco del agente i. Las funciones U(), G() y F() son continuas, diferenciables dos veces, estrictamente crecientes y estrictamente cóncavas.

1.1. (1 punto) Escriba la restricción presupuestal de cada individuo y del gobierno.
1.2. (1 punto) Escriba la función de preferencias de política del agente i. ¿Satisfacen la condición de preferencias intermedias?
1.3. (1 punto) Escriba las condiciones de primer orden para la determinación de las cantidades óptimas de provisión de los bienes públicos desde la óptica del agente i.
1.4. (1 punto) Suponga ahora que las funciones U, G y F son logarítmicas, es decir que $U(x) = G(x) = F(x) = ln(x)$. Determine el valor preferido de q_1 y de q_2 para el agente con preferencias α^i.
1.5. (1 punto) Suponga que hay tres individuos en esta economía, con preferencias: $\alpha^1 = 0; \alpha^2 = 0{,}5; \alpha^3 = 1$. Determine el consumo público de equilibrio si el consumo público se determina por votación bajo la regla de mayoría.

Pauta de respuesta

1.1. Restricción presupuestal de los individuos: $c \leq y(1 - \tau)$. Restricción presupuestal del gobierno: $q_1 + q_2 \leq \tau y$.
1.2. Función de preferencias de política:

$$W(q_1, q_2; \alpha^i) = U(y - q_1 - q_2) + \alpha^i G(q_1) + (1 - \alpha^i)F(q_2)$$

Reordenando términos:

$$W(q_1, q_2; \alpha^i) = U(y - q_1 - q_2) + F(q_2) + \alpha^i\big(G(q_1) - F(q_2)\big)$$

Esta función cumple la propiedad de preferencias intermedias, ya que α^i es obviamente monótona en α^i. En este sentido, a pesar de que el problema es bidimensional, el "conflicto" es unidimensional. Es entonces ganadora de Condorcet la política preferida por el votante mediano en α^i.
1.3. Las cantidades óptimas de provisión de los bienes públicos desde la perspectiva del agente i surgen de resolver:

$$\max_{q_1,q_2} W(q_1, q_2; \alpha^i)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$W_{q_1}(q_1, q_2; \alpha^i) = -U_c(y - q_1 - q_2) + \alpha^i G_{q_1}(q_1) = 0$$

$$W_{q_2}(q_1, q_2; \alpha^i) = -U_c(y - q_1 - q_2) + (1 - \alpha^i) F_{q_2}(q_2) = 0$$

1.4. Con las funciones logarítmicas, las condiciones de primer orden quedan:

$$\frac{1}{y - q_1 - q_2} = \frac{\alpha^i}{q_1}$$

$$\frac{1}{y - q_1 - q_2} = \frac{1 - \alpha^i}{q_2}$$

Operando a partir de la primera de estas ecuaciones:

$$q_1 = \alpha^i (y - q_1 - q_2) \quad \rightarrow q_1 = \frac{\alpha^i}{1 + \alpha^i}(y - q_2)$$

Dividiendo la primera por la segunda:

$$q_2 = \frac{1 - \alpha^i}{\alpha^i} q_1$$

Y sustituyendo:

$$q_1 = \frac{\alpha^i}{1 + \alpha^i}(y - q_2) = \frac{\alpha^i}{1 + \alpha^i} y - \frac{1 - \alpha^i}{1 + \alpha^i} q_1$$

Despejando: $q_1 = \frac{\alpha^i}{2} y$

Y sustituyendo dos renglones más arriba:

$$q_2 = \frac{1 - \alpha^i}{\alpha^i} q_1 = \frac{1 - \alpha^i}{2} y \quad \rightarrow \quad q_2 = \frac{1 - \alpha^i}{2} y$$

1.5. Con regla de la mayoría y preferencias intermedias, resulta decisivo el votante mediano, que en este caso es: $\alpha^2 = 0{,}5$. Por lo tanto, la provisión de los bienes públicos en equilibrio es:

$$q_1 = \frac{0{,}5}{2} y = \frac{y}{4} \ ; \ q_2 = \frac{1 - 0{,}5}{2} y = \frac{y}{4}$$

2. (2 puntos) Un político tiene un conocimiento limitado de una realidad sobre la que tiene que actuar. Sabe que, dependiendo de las circunstancias, su política óptima puede tomar cualquiera de los siguientes dos valores: 5 y 10. En principio, le asigna igual probabilidad a los dos valores, pero puede revisar esas probabilidades si obtiene información adicional relevante. Hay un lobby que conoce el verdadero estado de la naturaleza y, por lo tanto, sabe si en las circunstancias del momento, la política óptima para el político es 5 o 10. El lobby tiene preferencias de política diferentes al político. Sus políticas preferidas son 9 y 14 en los tres estados de la naturaleza, respectivamente. Es decir que el lobby siempre prefiere 4 puntos más que el político. La función de utilidad es cuadrática. El político obtiene la utilidad $G(p,\theta)=-(p-\theta)^2$ cuando adopta la política p y el estado de la naturaleza es θ. El lobby obtiene la utilidad $U(p,\theta)=-(p-\theta-4)^2$ en las mismas circunstancias. ¿Está el lobby en condiciones de dar un informe con revelación plena de los estados de la naturaleza que resulte creíble para el político? Fundamente su respuesta.

Pauta de respuesta

2. Evalúo si existe un equilibrio con revelación plena de los estados de la naturaleza, es decir una situación en la que el lobby informa específicamente si θ es igual a 5 o 10. Supongo primero que el lobby observa $\theta = 5$. Si informa verazmente y el político le cree, entonces *p=5*. Si miente, declara 10 y el político le cree, entonces *p=10*. La política óptima para el lobby cuando $\theta = 5$ es 9 y este punto está más cerca de 10 que de 5, por lo cual tiene incentivos a mentir informando que el estado es 10 cuando en realidad es 5. Si el lobby observa que $\theta = 10$, declarará que $\theta = 10$. Su valor preferido es 14 en este caso, pero el público sabe que el valor máximo de theta es 10. Por lo tanto, en este ambiente el lobby siempre declara $\theta = 10$. No tiene capacidad de transmitir verazmente la información que tiene.

3. Considere el modelo de redistribución de Meltzer y Richard (1981), en la versión que presentan Persson y Tabellini (2000). Los individuos están dotados de $1 + e^i$ unidades de tiempo efectivo. La tasa del impuesto preferida por el agente “i” es: $\tau^i = \frac{e^i - e}{L_\tau(\tau^i)}$ donde e es el valor esperado de e^i y $L_\tau(\tau^i)$ es la derivada de la oferta de trabajo en la tasa del impuesto. Hay dos países que tienen igual función de oferta de trabajo y distinta distribución del tiempo de trabajo efectivo:

   País A

$$f^A(e^i) = \begin{cases} 1 \ \ si\ 0 \le e^i \le 1 \\ 0\ en\ otro\ caso \end{cases}$$

   País B

$$f^B(e^i) = \begin{cases} 1{,}6 \ \ si\ 0 \leq e^i \leq 1/2 \\ 0{,}4 \ \ si \ \ 1/2 \leq e^i \leq 1 \\ 0 \ en\ otro\ caso \end{cases}$$

3.1. (2 puntos) Determine la mediana del tiempo de trabajo efectivo en ambos países.
3.2. (2 puntos) Determine la media del tiempo de trabajo efectivo en ambos países.
3.3. (1 punto) ¿En cuál de los dos países será mayor el impuesto en el equilibrio político? Explique.

Pauta de respuesta

3.1. La mediana del tiempo de trabajo efectivo está dada por $F(e^m) = 0{,}5$. A su vez, la función de distribución en cada país es:
País A: $F(e) = \int_0^e f^A(x)dx = \int_0^e dx = e \quad \rightarrow \ F(e^{m,A}) = e^{m,A} = 0{,}5$
País B:

$$F(e) = \int_0^e f^B(x)dx = \begin{cases} \int_0^e 1{,}6dx \ \ si\ e \leq 0{,}5 \\ 1{,}6 \times 0{,}5 + \int_{0,5}^e 0{,}4dx \ \ si\ e \geq 0{,}5 \end{cases} \rightarrow F(e^{m,B}) = 1{,}6 \times e^{m,B} = 0{,}5$$

Entonces: $e^{m,B} = 0{,}31$; $e^{m,A} = 0{,}5$

3.2. El tiempo medio de trabajo efectivo está dado por: $e = \int_0^1 xf(x)dx$
País A: $e^A = \int_0^1 xdx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{1}{2}$
País B: $e^B = \int_0^{0,5} x1{,}6dx + \int_{0,5}^1 x0{,}4dx = 0{,}35$

3.3. El impuesto en el equilibrio es:

País A: $\tau^{m,A} = \frac{e^{m,A} - e^A}{L_\tau(\tau^i)} = \frac{0{,}5 - 0{,}5}{L_\tau(\tau^i)} = 0$
País B: $\tau^{m,B} = \frac{e^{m,B} - e^B}{L_\tau(\tau^i)} = \frac{0{,}31 - 0{,}35}{L_\tau(\tau^i)} > 0$

En el país A, la distribución del tiempo de trabajo efectivo es simétrica y, por lo tanto, el votante mediano recibe por la redistribución tanto como lo que paga en impuestos. Es decir que no obtiene una ganancia neta de la redistribución. A su vez, los impuestos son distorsionantes y, por lo tanto, reducen el bienestar. El votante mediano del país A no tiene interés entonces en el programa redistributivo. En el país B, la distribución tiene una asimetría hacia la derecha: la media es mayor a la mediana. En consecuencia, el votante mediano es un ganador neto en la redistribución y estará interesado en que exista un programa redistributivo, es decir en que $\tau > 0$.

En la medida en que los impuestos son distorsionantes, preferirá una tasa de impuestos menor a 1.

4. Considere un gobierno que maneja la política cambiaria con el doble objetivo de controlar la inflación y el nivel de actividad. El gobierno tiene una meta de inflación igual a cero y una meta de productividad igual a $s_G + \varepsilon$, donde s_G es un parámetro y ε es una variable aleatoria con media cero y varianza σ^2 que representa un shock de productividad. Su función de pérdidas esperadas es $E[(s_t - e_t - s_G - \varepsilon)^2 + a(e_t - e_{t-1})^2]$. **Los salarios nominales son flexibles** y, por lo tanto, pueden ajustarse totalmente a las variaciones del tipo de cambio.

4.1. (2 puntos) Determine la política cambiaria de equilibrio en un régimen de compromiso.
4.2. (2 puntos) Determine la política cambiaria de equilibrio en un régimen de discreción.
(Ayuda: El salario totalmente flexible significa que si el tipo de cambio nominal sube, digamos, un 10% el salario nominal también subirá un 10%. Por analogía con los casos analizados en el curso, puede modelizar este caso como si la central sindical fijara un salario contingente al tipo de cambio con la siguiente forma: $s_t = s_U + e_t$. También puede suponer, si lo prefiere, que la central sindical tiene una meta de salario real contingente al shock de productividad, es decir que $s_t = s_U + \varepsilon_t + e_t$. Los resultados que analizamos en este ejercicio no dependen de cuál de estas dos opciones elija).

Pauta de respuesta

4.1. Compromiso.

La central sindical juega después que el gobierno. Fija el salario $s_t = s_U + e_t$. Al inicio, el gobierno resuelve lo siguiente:

$$\min_{k,\bar{k}} E[(s_t - e_t - s_G - \varepsilon)^2 + a(e_t - e_{t-1})^2]$$
$$sa: \;\; e_t - e_{t-1} = \bar{k} + k\varepsilon$$
$$s_t = s_U + e_t$$

Sustituyendo:

$$\min_{k,\bar{k}} E\left[(s_U - s_G - \varepsilon)^2 + a\left(\bar{k} + k\varepsilon\right)^2\right]$$

Condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial E}{\partial \bar{k}}[.] = E\left[a\left(\bar{k} + k\varepsilon\right)\right] = 0 \quad \rightarrow \quad \bar{k} = 0$$
$$\frac{\partial E}{\partial k}[.] = E\left[2a\left(\bar{k} + k\varepsilon\right)\varepsilon\right] = 0 \quad \rightarrow \quad k = 0$$

4.2. Discreción.

El gobierno es el último en jugar. Resuelve lo siguiente:

$$\min_{k,\bar{k}} E[(s_t - e_t - s_G - \varepsilon)^2 + a(e_t - e_{t-1})^2]$$
$$sa: \;\; e_t - e_{t-1} = \bar{k} + k\varepsilon$$
$$s_t = s_U + e_t$$

Notar que, a diferencia de lo que ocurre en el caso usualmente analizado de salarios rígidos, si los salarios son flexibles el salario nominal **no** es un dato cuando le toca jugar al gobierno en el régimen de discreción. El gobierno debe tener en cuenta que si aumenta el tipo de cambio también aumentarán los salarios nominales.

El programa del gobierno es entonces idéntico en compromiso y discreción. Por lo tanto, tendrá la misma solución: $\bar{k} = k = 0$

Al inicio del juego, la central sindical fija el salario nominal con el objetivo de alcanzar su meta de salario real: $s_t = s_U + e_t$.

Comentarios:

a) No hay estabilización del tipo de cambio real en este caso $(k = 0)$ porque el salario nominal es flexible. En estas condiciones, no aparece el problema de un tipo de cambio real desalineado.
b) No hay sesgo inflacionario en el régimen de discreción. El gobierno no tiene nada para ganar depreciando la moneda y la central sindical lo sabe. La central no tiene necesidad entonces de aumentar el salario nominal para evitar sorpresas inflacionarias.

5. (2 puntos) Considere un país en que el gobierno dispone de sólo dos impuestos, uno al trabajo y otro al capital, ambos distorsionantes. El gobierno debe financiar con estos impuestos un gasto totalmente inflexible e igual a 8.000 millones de U$S. Resuelve las tasas impositivas a aplicar de tal manera de financiar su gasto causando el menor daño posible o, lo que es lo mismo, maximiza el bienestar de los ciudadanos condicional a que la recaudación sea suficiente para financiar el gasto. El gobierno **no** es capaz de comprometer las tasas impositivas, es decir que la política impositiva es discrecional. El stock de capital que el sector privado está dispuesto a acumular depende de la tasa de impuestos esperada al capital, según la siguiente función: $k = 50 - 50\tau_K$, donde k está medido en miles de millones de U$S. Identifique todos los equilibrios posibles en esta economía, señalando en cada equilibrio (i) la tasa de impuesto al capital, (ii) la recaudación de impuesto al capital y (iii) la recaudación de impuesto al trabajo. Explique.

Pauta de respuesta

Para poder determinar qué equilibrios discrecionales hay en este ejemplo debemos determinar cuál es la recaudación de impuesto al capital para cada tasa impositiva. Es claro que la recaudación es cero cuando la tasa del impuesto es cero o 1 (en el primer caso porque no se cobra impuesto y en el segundo porque no hay capital). Es fácil verificar que la función es cóncava. La tasa del impuesto que maximiza la recaudación que el gobierno podría obtener si el público creyera (o si hubiera capacidad de compromiso) surge de la siguiente condición de primer orden:

$$k(\tau^*) + \tau^* k'(\tau^*) = 0$$

$$50 - 50\tau^* - 50\tau^* = 0 \quad \rightarrow \quad \tau^* = 0{,}5$$

Por lo tanto, la máxima recaudación del impuesto al capital es: $\tau^* k(\tau^*) = 0{,}5(50 - 50 \times 0{,}5 = 12{,}5$. La máxima recaudación del impuesto al capital es 12,5 miles de millones de dólares y el gobierno tiene un gasto de 8 mil millones de dólares. Tenemos entonces tres equilibrios, dos de expropiación parcial y uno de expropiación total.

En un equilibrio deberá cumplirse que la tasa del impuesto prevista por los agentes privados para decidir la inversión es la que resulta óptima finalmente para el gobierno. En un equilibrio de expropiación parcial, esa tasa será tal que la recaudación de impuesto al capital será suficiente para financiar el gasto público. Entonces, los equilibrios de expropiación parcial surgen de resolver lo siguiente:

$$\tau_K k = \tau_K(50 - 50\tau_K) = 8 \quad \rightarrow \quad -50\tau_K^{\,2} + 50\tau_K - 8 = 0$$

Esta ecuación tiene dos raíces: $\tau_K^{\,A} = 0{,}2$; $\tau_K^{\,B} = 0{,}8$. En ambos equilibrios, la recaudación de impuesto al capital es 8 mil millones y la recaudación de impuesto al trabajo es cero. En el equilibrio de expropiación total, la tasa del impuesto al capital es uno, la recaudación del impuesto al capital es cero y la recaudación de impuesto al trabajo es 8 mil millones de dólares.