

Examen 30 de junio de 2006

Duración: 3 horas

Es un examen con materiales a la vista.

1. (1 punto) Un comité integrado por 5 personas (A a E) tiene que elegir entre 4 opciones (1 a 4). Se decide por la regla pura de la mayoría. El orden de preferencias es el siguiente: A: $1 \succ 2 \succ 3 \succ 4$; B: $1 \succ 2 \succ 3 \succ 4$; C: $4 \succ 3 \succ 2 \succ 1$; D: $4 \succ 3 \succ 2 \succ 1$; E: $4 \succ 3 \succ 2 \succ 1$

¿Existe una política ganadora de Condorcet?

2. (2 puntos) Considere un país en el que hay dos candidatos, A y B, con objetivos dados por $E(v_p) = p_p(R + \gamma r)$, donde p_p es la probabilidad de que gane el candidato "P", R es la utilidad que le asigna el candidato a ocupar el cargo, γ es el costo de transacción asociado con la apropiación de rentas y r son las rentas que extrae el candidato. La población es homogénea, tanto en sus preferencias de política como en sus preferencias "ideológicas". Las preferencias de política pueden resumirse por: $W^i(g, r) = (y - (g + r)) + H(g)$. El ciudadano 'i' vota por el candidato A si $W^i(g_A, r_A) > W^i(g_B, r_B) + \delta$, donde δ representa su preferencia "ideológica" neta por B. Los candidatos desconocen el verdadero valor de δ . Sólo saben que $\delta \in [-1, +1]$ y que la función de distribución es $F(\delta) = 0.5(1 + \delta)$.

2.1. ¿Cuál es la probabilidad de que A gane la elección si ambos candidatos ofrecen la misma plataforma electoral?

2.2. ¿Puede el político extraer rentas en el equilibrio? Fundamente su respuesta.

3. (2 puntos) Un político tiene un conocimiento limitado de una realidad sobre la que tiene que actuar. Sabe que, dependiendo de las circunstancias, su política óptima puede tomar cualquiera de los siguientes tres valores: 2, 6 y 10. En principio, le asigna igual probabilidad a los tres valores, pero puede revisar esas probabilidades si obtiene información adicional relevante. Hay un lobby que conoce el verdadero estado de la naturaleza y, por lo tanto, sabe si en las circunstancias del momento, la política óptima para el político es 2, 6 o 10. El lobby tiene preferencias de política diferentes al político. Sus políticas preferidas son 3.5, 7.5 y 11.5 en los tres estados de la naturaleza, respectivamente. Es decir que el lobby siempre prefiere 1.5 puntos más que el político. La función de utilidad es cuadrática. El político obtiene la utilidad $G(p, \theta) = -(p - \theta)^2$ cuando adopta la política p y el estado de la naturaleza es θ . El lobby obtiene la utilidad $U(p, \theta) = -(p - \theta - 1.5)^2$ en las mismas circunstancias.

3.1. ¿Está el lobby en condiciones de dar un informe con revelación plena de los estados de la naturaleza que resulte creíble para el político? Fundamente su respuesta.

3.2. ¿Puede el lobby dar algún informe con revelación parcial? Si su respuesta es afirmativa, presente un ejemplo. En caso contrario, explique por qué no puede.

4. (1 punto) Considere el modelo de redistribución en el que los partidos ofrecen prebendas a grupos de ciudadanos a cambio de los votos. En el modelo presentado en la sección 5.2.3 de las transparencias se caracteriza la política de gasto público óptima del partido A y se afirma que es “análogo para el partido B”. Deduzca la política óptima para B.

5. (2 puntos) Considere un gobierno que sólo controla imperfectamente el tipo de cambio nominal. Su variable de control es e'_t y el (ln del) tipo de cambio resulta ser: $e_t = e'_t + v_t$, donde v_t es un ruido blanco (valor esperado cero y varianza constante). La función de pérdidas del gobierno es: $G(s_t, e_t) = E[(s_t - e_t - s_G)^2 + a(e_t - e_{t-1})^2]$, donde s_t es el logaritmo natural del salario nominal en t y s_G es el logaritmo natural de la meta de salario real del gobierno. Hay una central sindical que determina el salario nominal y lo hace antes de que el gobierno fije e'_t . Es decir que el gobierno no tiene capacidad de comprometer la política cambiaria.

5.1. Determine el valor de e'_t en el equilibrio.

5.2. Determine la tasa de depreciación de la moneda en el equilibrio.

5.3. Determine el salario real en el equilibrio.

5.4. En base a los resultados anteriores, comente cómo influye una realización positiva de v_t en la tasa de depreciación de la moneda local y en el salario real.

6. (3 puntos) Considere un gobierno que delega la política cambiaria en un Banco Central independiente. El banco implementa una política discrecional, de acuerdo con sus propias preferencias, representadas por una función de pérdidas cuadrática en la inflación y en los desvíos del salario real respecto a la meta de salario real. El gobierno puede elegir autoridades del banco con una tolerancia a la inflación distinta a la del propio gobierno (a_{bc} no necesariamente igual a a_{gob}). ¿Cómo afecta la elección de la autoridad del banco central los siguientes cambios: (i) un aumento de la brecha entre las metas de salario real de la central sindical y del gobierno, (ii) un aumento de la varianza del shock real, (iii) un aumento de la preocupación del gobierno por la inflación? Diga si los cambios mencionados provocan la elección de autoridades más, menos o igualmente “conservadoras”, es decir si: (i) $da_{bc}/d(s_U - s_G) >, <, = 0$, (ii) $da_{bc}/d(\sigma^2) >, <, = 0$, y (iii) $da_{bc}/d(a_{gob}) >, <, = 0$. Fundamente su respuesta.

Examen 30 de junio de 2006
 Pauta de respuesta

1. Se verifica inmediatamente que la política 4 es ganadora de Condorcet. Los individuos C, D y E coinciden en preferir 4 a cualquier otra opción y ellos tres conforman una mayoría.

2.1. A gana la elección si $W(g_A, r_A) > W(g_B, r_B) + \delta$. Por lo tanto, la probabilidad de que A gane es: $p_A = \text{Prob}(\delta < \delta^* = W(g_A, r_A) - W(g_B, r_B)) = F(\delta^*)$. Si los dos candidatos eligen la misma plataforma, entonces $p_A = F(0) = 0.5$.

2.2. El político A resuelve:

$$\begin{aligned} \underset{g_A, r_A}{\text{Maximizar}} \quad E(v_A) &= p_A(R + \gamma r_A) \\ \text{s.a.:} \quad p_A &= 0.5 + 0.5(W(g_A, r_A) - W(g_B, r_B)) \\ W(g_A, r_A) &= y - (g_A + r_A) + H(g_A) \end{aligned}$$

La condición de primer orden para las rentas es:

$$\frac{\partial E(v_A)}{\partial r_A} = (R + \gamma r_A^*) \frac{\partial p_A}{\partial r_A} + p_A \gamma \begin{cases} = 0, & \text{si } r_A^* \geq 0 \\ < 0, & \text{si } r_A^* = 0 \end{cases}$$

y tenemos que:

$$\frac{\partial p_A}{\partial r_A} = 0.5 \frac{\partial W}{\partial r_A}(g_A, r_A) = -0.5 \quad \text{y } p_A = 0.5 \text{ en el equilibrio. Por lo tanto, las rentas vienen dadas por:}$$

$$\frac{\partial E(v_A)}{\partial r_A} = -0.5(R + \gamma r_A^*) + 0.5\gamma \begin{cases} = 0, & \text{si } r_A^* \geq 0 \\ < 0, & \text{si } r_A^* = 0 \end{cases}$$

$r_A^* = \max[0, 1 - R/\gamma]$. Puede entonces haber rentas positivas en equilibrio, siempre que se verifique que $R/\gamma < 1$.

3.1 Evalúo si existe un equilibrio con revelación plena de los estados de la naturaleza, es decir una situación en la que el lobby informa específicamente si θ es igual a 2, 6 o 10.

- a) Supongo primero que el lobby observa $\theta = 2$. Si informa verazmente y el político le cree, entonces $p=2$. Si miente, declara 6 y el político le cree, entonces $p=6$. La política óptima para el lobby cuando $\theta = 2$ es 3.5 y este punto está más cerca de 2 que de 6, por lo cual no tiene incentivos a mentir informando que el estado es 6 cuando en realidad es 2. Con mayor razón, no encuentra atractivo exagerar aún más, diciendo que el estado es 10 cuando en realidad es 2.
- b) Considero ahora $\theta = 6$. Si informa verazmente y el político le cree, entonces $p = 6$. Si en cambio miente, declara 10 y el político le cree, entonces $p=10$. La política óptima para el lobby en este estado de la naturaleza es 7.5, lo cual está más cerca de 6 que de 10. Tampoco tiene incentivos a subdeclarar. Por lo tanto, el lobby declara la verdad también en este caso.
- c) Si $\theta = 10$, el lobby no tiene incentivos a engañar. No tiene razones para subdeclarar, ya que su sesgo es positivo y no puede declarar más que 10, porque se sabe que 10 es el mayor valor posible de theta. Se concluye entonces que existe un equilibrio con revelación plena.

3.2. Hay también equilibrios de revelación parcial. El lobby puede informar, por ejemplo, $\theta = 2$ o $\theta > 2$. Verifico que tal informe es un equilibrio.

- a) Si $\theta = 2$ y el lobby no miente, entonces la política es $\theta = 2$. Si el lobby miente informando $\theta > 2$ y el político le cree, entonces implementa la política $p = (6+10)/2 = 8$, que es el valor esperado de theta condicional a que es distinto de 2. ¿Le conviene al lobby mentir en este caso? No, porque la política que resulta de informar verazmente, es decir 2, es preferible que la política que resulta de mentir, es decir 8. La política preferida para el lobby cuando $\theta = 2$ es 3.5 y esto está más cerca de 2 que de 8.
- b) Si $\theta = 6$ o $\theta = 10$, el lobby no tiene incentivos a mentir. Si informa verazmente y emite el mensaje $\theta > 2$ y el político le cree, la política resultante es $p = 8$. Si en cambio miente y declara $\theta = 2$ y el político le cree, implementa $p=2$. Claramente, el lobby prefiere $p=8$ antes que $p=2$ cuando $\theta = 6$ o $\theta = 10$. Se concluye entonces que los mensajes “theta es igual a 2” y “theta es mayor a 2” también constituyen un equilibrio.

4. Sabemos que el partido A resuelve:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{g_A} p_A &= \text{Max}_{g_A} \frac{\psi}{\phi} \sum_J \frac{N^J}{N} \phi^J \kappa^J [W^J(g_A) - W^J(g_B)] + \frac{1}{2} \\ \text{s.a.} : \quad W^J(g_A) &= y - \sum_I \frac{N^I g^{I,A}}{N} + H(g^{J,A}) \\ g_B &= \text{dado} \end{aligned}$$

El partido B resuelve algo similar:

$$\begin{aligned} \underset{g_B}{Max} p_B &= \underset{g_B}{Max} (1 - p_A) = \underset{g_A}{Max} \frac{1}{2} - \frac{\psi}{\phi} \sum_J \frac{N^J}{N} \phi^J \kappa^J [W^J(g_A) - W^J(g_B)] \\ \text{s.a.:} \quad W^J(g_B) &= y - \sum_I \frac{N^I g^{I,B}}{N} + H(g^{J,B}) \\ g_A &= \text{dado} \end{aligned}$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial p_B}{\partial g^{I,B}} = \frac{\psi}{\phi} \sum_J \frac{N^J}{N} \phi^J \kappa^J \frac{\partial W^J(g_A)}{\partial g^{I,B}} = 0 \quad ; \quad I = 1, \dots, \mathfrak{I}$$

Notar que son totalmente análogas a las condiciones de primer orden del partido A. Por lo tanto, tenemos que:

$$\frac{\partial W^J(g_B)}{\partial g^{I,B}} = \begin{cases} -\frac{N^I}{N} + H_g(g^{I,B}) & ; \quad \text{si } I = J \\ -\frac{N^I}{N} & ; \quad \text{si } I \neq J \end{cases}$$

$$\frac{N^I}{N} \frac{\phi^I}{\phi} \kappa^I H_g(g^{I,B}) - \frac{N^I}{N} \sum_J \frac{N^J}{N} \frac{\phi^J}{\phi} \kappa^J = 0 \quad \text{y finalmente:}$$

$$H_g(g^{I,B}) - 1 = \frac{\sum_J \frac{N^J}{N} \phi^J \kappa^J - \phi^I \kappa^I}{\phi^I \kappa^I}$$

Es decir que los partidos A y B convergen a la misma política.

5.1. Resolvemos por inducción hacia atrás. Empiezo por el gobierno:

$$\underset{e'_t}{Minimizar} G(s_t, e_t) = E[(s_t - e_t - s_G)^2 + a(e_t - e_{t-1})^2]$$

$$\text{sa:} \quad s_t = cte$$

$$e_t = e'_t + v_t \quad ; \quad E[v_t] = 0$$

Condiciones de primer orden: $-s_t + e'_t + s_G + a(e'_t - e_{t-1}) = 0$

$$(1 + a)e'_t = s_t - s_G + ae_{t-1}$$

Antes, el sindicato elige el salario nominal: $s_t = s_U + E[e_t] = s_U + e'_t$

Usando estas últimas dos ecuaciones: $(1 + a)e'_t = s_U + e'_t - s_G + ae_{t-1}$ y despejando:

$$e'_t = e_{t-1} + (s_U - s_G)/a$$

Esta ecuación responde al punto 1.

5.2. La tasa de depreciación de la moneda en el equilibrio será:

$$e_t - e_{t-1} = \frac{s_U - s_G}{a} + v_t$$

5.3. El salario real en el equilibrio es: $s_t - e_t = s_U + e'_t - e_t = s_U - v_t$

5.4. Si $v_t > 0$ entonces: (i) $e_t - e_{t-1} > (s_U - s_G)/a$ y (ii) $s_t - e_t < s_U$. Es decir que cuando el tipo de cambio observado (e_t) supera la meta del gobierno (e'_t), la depreciación de la moneda supera al sesgo inflacionario normal o medio y el salario real resulta inferior a la meta del sindicato.

6. Banco Central

El gobierno resuelve el siguiente programa:

$$\text{Min}_a E \left[(s_t - e_t - s_G - \varepsilon_t)^2 + a_{gob} (e_t - e_{t-1})^2 \right]$$

$$\text{s.a.: } e_t - e_{t-1} = \frac{s_U - s_G}{a} - \frac{1}{1+a} \varepsilon_t$$

$$s_t = s_U + E[e_t] = s_U + e_{t-1} + \frac{s_U - s_G}{a}$$

Sustituyendo:

$$\text{Min}_a E \left[\left(s_U - s_G - \frac{a}{1+a} \varepsilon_t \right)^2 + a_{gob} \left(\frac{s_U - s_G}{a} - \frac{\varepsilon_t}{1+a} \right)^2 \right]$$

y operando:

$$\text{Min}_a (s_U - s_G)^2 + \left(\frac{a}{1+a}\right)^2 \sigma^2 + a_{gob} \left(\frac{s_U - s_G}{a}\right)^2 + a_{gob} \frac{\sigma^2}{(1+a)^2}$$

La condición de primer orden es:

$$+ \left(\frac{a_{bc} - a_{gob}}{(1+a_{bc})^3}\right) \sigma^2 - a_{gob} \frac{(s_U - s_G)^2}{a_{bc}^3} = 0$$

Para facilitar la operatoria, llamo $u(a_{bc}) = (a_{bc}/(1+a_{bc}))^3$ y reordenando:

$$a_{bc} u(a_{bc}) - a_{gob} u(a_{bc}) - a_{gob} \frac{(s_U - s_G)^2}{\sigma^2} = 0$$

Diferenciando esta expresión:

$$\left[u(a_{bc}) + u'(a_{bc})(a_{bc} - a_{gob}) \right] da_{bc} - \left[u(a_{bc}) + \frac{(s_U - s_G)^2}{\sigma^2} \right] da_{gob} - 2(s_U - s_G) \frac{a_{gob}}{\sigma^2} d(s_U - s_G) + (s_U - s_G)^2 \frac{a_{gob}}{\sigma^4} d(\sigma^2) = 0$$

Conviene notar que $u'(a_{bc}) > 0$ y que $a_{bc} - a_{gob} > 0$ y, por lo tanto:

$$(i) \frac{da_{bc}}{d(s_U - s_G)} = \frac{2(s_U - s_G) \frac{a_{gob}}{\sigma^2}}{\left[u(a_{bc}) + u'(a_{bc})(a_{bc} - a_{gob}) \right]} > 0$$

$$(ii) \frac{da_{bc}}{d(\sigma^2)} = \frac{-(s_U - s_G)^2 \frac{a_{gob}}{\sigma^4}}{\left[u(a_{bc}) + u'(a_{bc})(a_{bc} - a_{gob}) \right]} < 0$$

$$(iii) \frac{da_{bc}}{da_{gob}} = \frac{u(a_{bc}) + \frac{(s_U - s_G)^2}{\sigma^2}}{\left[u(a_{bc}) + u'(a_{bc})(a_{bc} - a_{gob}) \right]} > 0$$

Comentarios: (i) El gobierno elige una autoridad para el banco central *más* conservadora cuanto mayor es la discrepancia en metas de salario real porque esa mayor discrepancia lleva a un problema de sesgo inflacionario más pronunciado. (ii) El gobierno elige una autoridad para el banco central *menos* conservadora cuanto mayor es la varianza del shock real, porque necesita una política cambiaria más activa en materia de estabilización real cuanto mayores son los shocks reales. (iii) El gobierno elige una autoridad para el banco central *más* conservadora cuanto más le preocupa la inflación al propio gobierno.