

Examen 14 de junio de 2008

Duración: 3 horas

Es un examen con materiales a la vista.

1. (2 puntos) Considere la siguiente variante del modelo de “competencia electoral ineficiente” (transparencias del curso 3.2 y Persson y Tabellini, 2000, sección 4.2) en la cual el sesgo ideológico individual difiere entre grupos. Específicamente supondremos que  $\phi^R > \phi^M > \phi^P$ .

1.1. Muestre que las rentas de equilibrio son menores que las que se obtienen en el modelo original, en que supusimos que el sesgo ideológico individual es idéntico en todos los grupos. (Sugerencia: muestre que las rentas de equilibrio dependen de la relación entre el ingreso promedio ponderado por las densidades del sesgo ideológico individual  $\hat{y} = \sum \alpha^j \phi^j y^j / \sum \alpha^j \phi^j$  y el ingreso promedio simple  $y$ )

1.2. Ensaye una explicación intuitiva del resultado. (Sugerencia: analice la desutilidad marginal de las rentas para los distintos grupos de la población y la “sensibilidad electoral” de los distintos grupos).

2. (1 punto) Un político tiene un conocimiento limitado de una realidad sobre la que tiene que actuar. Sabe que, dependiendo de las circunstancias, su política óptima puede tomar cualquiera de los siguientes tres valores: 2, 3 y 10. En principio, le asigna igual probabilidad a los tres valores, pero puede revisar esas probabilidades si obtiene información adicional relevante. Hay un lobby que conoce el verdadero estado de la naturaleza  $y$ , por lo tanto, sabe si en las circunstancias del momento, la política óptima para el político es 2, 3 o 10. El lobby tiene preferencias de política diferentes al político. Sus políticas preferidas son 4, 5 y 12 en los tres estados de la naturaleza, respectivamente. Es decir que el lobby siempre prefiere 2 puntos más que el político. La función de utilidad es cuadrática. El político obtiene la utilidad  $G(p, \theta) = -(p - \theta)^2$  cuando adopta la política  $p$  y el estado de la naturaleza es  $\theta$ . El lobby obtiene la utilidad  $U(p, \theta) = -(p - \theta - 2)^2$  en las mismas circunstancias. ¿Está el lobby en condiciones de dar un informe creíble al político? Determine todos los informes creíbles que el lobby puede emitir.

3. (1 punto) Considere la posibilidad de que la extracción de rentas por parte del político en el gobierno pueda transmitir información a los votantes sobre la competencia del político (modelo de clase sección 3.5 o Persson y Tabellini 2000, sección 4.5.1). Los supuestos son iguales a los del modelo visto en clase, salvo que el parámetro de competencia tiene la siguientes funciones de densidad y acumulada:  $f(\eta) = 8\eta/9$ ;  $F(\eta) = 4\eta^2/9$ ;  $\eta \in [0, 3/2]$ . Determine las rentas en equilibrio.

4. (1 punto) Considere el modelo de determinación de los bienes públicos locales en presencia de lobistas (modelo presentado en clase, sección 4.2.2 o Persson y Tabellini, sección 7.3). Determine la asignación de los bienes públicos locales cuando el gobierno sólo está interesado en las contribuciones, es decir que no está preocupado por el bienestar de los ciudadanos. Suponga que sólo algunas localidades están organizadas y hacen contribuciones, es decir que  $\lambda_L < 1$ .

5. (1 punto) Considere una economía en la que una central sindical fija el salario antes de que el gobierno fije el tipo de cambio. Desde la perspectiva del sindicado, hay dos fuentes de incertidumbre: (i) el valor que adoptará un shock de productividad  $\varepsilon$  y (ii) las preferencias del gobierno por la inflación. El sindicato sabe que la función de pérdidas del gobierno es:  $E[(s_t - e_t - s_G - \varepsilon_t)^2 + a_i(e_t - e_{t-1})^2]$  y que  $a_i = a_1$  con probabilidad  $p$  y  $a_i = a_2$  con probabilidad  $(1-p)$ . Muestre que el sesgo inflacionario es  $\bar{\kappa}_1$  si el gobierno resulta ser de tipo 1 y  $\bar{\kappa}_2$  si el gobierno resulta ser de tipo 2, donde estos parámetros quedan determinados por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$(1 + a_1 - p)\bar{\kappa}_1 = s_U - s_G + (1 - p)\bar{\kappa}_2$$

$$(a_2 + p)\bar{\kappa}_2 = s_U - s_G + p\bar{\kappa}_1$$

6. (1 punto) Un gobierno tiene un gasto igual al 30% del PBI. Dispone de dos impuestos para financiarlo, un impuesto al trabajo y otro al capital. Se ha determinado que la inversión responde a la siguiente expresión:  $k(\tau_K) = (1 - \tau_K)y$ , donde  $\tau_K$  es la tasa de impuestos al capital y  $y$  es el PBI. Determine todos los equilibrios que existen en esta economía si el gobierno es benévolo pero no tiene la capacidad de comprometer la política impositiva.

Pauta de respuesta

1.1 La proporción de la población que vota por A es:

$$\pi_A = \frac{1}{2} + \sum_J \alpha^J \phi^J (W^J(g_A, r_A) - W^J(g_B, r_B)) - \delta \sum_J \alpha^J \phi^J$$

La probabilidad de que A gane es:

$$p_A = \frac{1}{2} + \psi \frac{\sum_J \alpha^J \phi^J (W^J(g_A, r_A) - W^J(g_B, r_B))}{\sum_J \alpha^J \phi^J}$$

La derivada de la probabilidad de que gane A en las rentas que A extrae es:

$$\frac{\partial p_A}{\partial r_A} = \psi \frac{\sum_J \alpha^J \phi^J (\partial W^J(g_A, r_A) / \partial r_A)}{\sum_J \alpha^J \phi^J}$$

La desutilidad marginal de las rentas resulta:

$$\begin{aligned} \partial W^J(g_A, r_A) / \partial r_A &= -y^J / y \\ \rightarrow \frac{\partial p_A}{\partial r_A} &= -\psi \frac{\sum_J \alpha^J \phi^J y^J}{\sum_J \alpha^J \phi^J y} = -\psi \hat{y} / y \end{aligned}$$

La utilidad esperada marginal del político A en las rentas resulta:

$$\frac{\partial E(v_A)}{\partial r_A} = (R + \gamma r_A) \frac{\partial p_A}{\partial r_A} + p_A \gamma = -(R + \gamma r_A) \psi \hat{y} / y + \gamma / 2 \begin{cases} = 0, & \text{si } r_A \geq 0 \\ < 0, & \text{si } r_A = 0 \end{cases}$$

Despejando:

$$r = \max \left[ 0, \frac{1}{2\psi \hat{y} / y} - \frac{R}{\gamma} \right]$$

En este ejemplo, el ingreso ponderado por el sesgo ideológico individual da mayor ponderación a los grupos de mayores ingresos. Por lo tanto,  $\hat{y} / y > 1$  y **las rentas son menores** que las que se obtendrían en el caso visto en clase y presentado en el libro en el cual todos los grupos tienen la misma ponderación (igual sesgo ideológico).

1.2. Intuición. La desutilidad marginal de las rentas en este modelo es mayor para los grupos de mayor ingreso (ver utilidad marginal en la página anterior). A su vez, los grupos de mayor ingreso son en este modelo políticamente más uniformes y cercanos al centro político y, por lo tanto, más sensibles a las promesas electorales. Al decidir cuántas rentas extraer, el político da entonces mayor ponderación a grupos de mayor ingreso que a los de menor ingreso y a su vez los de mayor ingreso son los que más resienten en este modelo la extracción de rentas.

ACLARACION: Los supuestos realizados son útiles sólo como ejercicio, pero no creo que esta versión del modelo sea particularmente útil para explicar alguna situación real. No me parece que existan razones para pensar que los grupos de mayor ingreso deberían ser políticamente más uniformes y que su desutilidad marginal de las rentas sea mayor. Esto último sólo puede asegurarse porque se supuso que las funciones de utilidad son cuasilineales, lo cual es un supuesto simplificador, pero no particularmente realista.

2. Evalúo primero si existe un equilibrio con revelación plena de los estados de la naturaleza, es decir una situación en la que el lobby informa específicamente si  $\theta$  es igual a 2, 3 o 10. Voy a llegar a la conclusión de que no hay un equilibrio con plena revelación en este ejemplo. Paso entonces a evaluar un equilibrio con revelación parcial. Muestro que existe un equilibrio en que el lobby informa que el estado de la naturaleza es “10” o “menor a 10”.

a) Análisis posibilidad de equilibrio de revelación plena:

a.1) Si  $\theta = 2$ , el lobby podría estar tentado a declarar más que 2. Si el lobista informa verazmente y el político le cree, el político implementa  $p=2$ . La utilidad del lobista entonces es  $U(2,2) = -4$ . Si el lobista informa  $\theta = 3$  y el político le cree, es decir que implementa  $p=3$ , el lobista obtiene:  $U(3,2) = -1$ . El lobista en este caso va a engañar. No hay por lo tanto un equilibrio de revelación plena.

b) Análisis equilibrio de revelación parcial. ¿Puede el lobby informar “10” o “menor que 10”?

b.1) Supongamos que  $\theta = 2$ . Si el lobby informa la verdad, lo cual en este caso significa que emite al mensaje “ $\theta$  es menor a 10” y el político le cree, entonces la mejor predicción de theta que puede hacer el político es  $E[(2+3)/2 | \theta \neq 10] = 2,5$  y, por lo tanto,  $p=2,5$ . Si, en cambio, el lobby informa que theta es 10 y el político le cree, entonces  $p=10$ . ¿Miente el lobby en estas circunstancias? No, ya que  $U(2,5;2) = -1,5^2 > -36 = U(10;2)$ .

b.2) Supongamos que  $\theta = 3$ . Si el lobby informa la verdad y el político le cree, entonces la mejor predicción de theta que puede hacer el político es  $E[(2+3)/2 | \theta \neq 10] = 2,5$  y, por lo tanto,  $p=2,5$ . Si, en cambio, el lobby informa que theta es 10 y el político le cree, entonces  $p=10$ . El político no miente ya que  $U(2,5;3) = -2,5^2 > -25 = U(10;3)$ .

b.3) Supongamos finalmente que  $\theta = 10$ . El lobby no tiene incentivos a declarar menos, ya que su sesgo es hacia arriba. Prefiere una política mayor, mientras que si declara 2 o 3 logrará una política menor a 10.

Se concluye entonces que en este ejemplo el lobista puede informar en forma creíble que el estado de la naturaleza es “10” o “no 10”.

3. La competencia esperada del oponente es:  $E[\eta] = \int_0^{3/2} \eta \frac{8}{9} \eta d\eta = \frac{8}{27} \eta^3 \Big|_0^{3/2} = 1$ . Por lo tanto, el

incumbente será reelecto si  $\tilde{\eta} = \frac{g_1}{\tau y - \tilde{r}_1} = \frac{\eta(\bar{\tau} y - r_1)}{\tau y - \tilde{r}_1} \geq 1$ . Su probabilidad de ser reelecto es:

$p_I = \text{Prob} \left[ \eta \geq \eta^* = \frac{\bar{\tau} y - \tilde{r}_1}{\tau y - r_1} \right] = 1 - F(\eta^*) = 1 - \frac{4}{9} \left( \frac{\bar{\tau} y - \tilde{r}_1}{\tau y - r_1} \right)^2$ . La condición de primer orden el

problema de optimización del incumbente es:  $1 + \beta(R + \bar{r}) \frac{\partial p_I}{\partial r_1} = 0$ . La derivada de la

probabilidad de ganar en la renta del primer período es:  $\frac{\partial p_I}{\partial r_1} = -\frac{8}{9} \frac{(\bar{\tau} y - \tilde{r}_1)^2}{(\tau y - r_1)^3}$ . Usando estos dos

últimos resultados se tiene que:  $1 - \beta(R + \bar{r}) \frac{8}{9} \frac{(\bar{\tau} y - \tilde{r}_1)^2}{(\tau y - r_1)^3} = 0$ . Finalmente, en el equilibrio la

conjetura de los votantes es correcta:  $\tilde{r}_1 = r_1$ . Por lo tanto:  $r_1 = \bar{\tau} y - \frac{8}{9} \beta(R + \bar{r})$ .

*Nota:* Algunos estudiantes no demostraron que  $E[\eta] = 1$  y simplemente supusieron que seguía

siendo válido que  $p_I = \text{Prob} \left[ \eta \geq \eta^* = \frac{\bar{\tau} y - \tilde{r}_1}{\tau y - r_1} \right]$ . Esto no tiene por qué ser así. En este caso lo era

porque elegí para este ejercicio una función de densidad y un recorrido de la función tales que, como en el ejemplo del libro, el valor esperado del parámetro de competencia es 1. Pero si el ejemplo hubiera sido algo diferente, ese supuesto habría sido incorrecto.

4. En este modelo,  $\eta = 0$  si el gobierno no se interesa por el bienestar de los ciudadanos. La solución es bastante similar a la del caso general, con la salvedad que para las localidades no organizadas es una solución de esquina. La función de objetivos del gobierno en este caso es decreciente en el gasto realizado en las localidades no organizadas:

$$\frac{\partial W}{\partial g^I}(g) = \sum_{J \in L} N^J \left( -N^I / N \right) < 0 ; \text{ si } I \notin L$$

Por lo tanto, es óptimo para el gobierno elegir  $g^{I,L} = 0$ , si  $I \notin L$ . En cambio, las localidades organizadas obtienen un gasto local de acuerdo a:

$$H_g(g^{I,L}) - 1 = -(1 - \lambda_L) \leq 0 ; \text{ si } I \in L$$

5. El régimen es de discreción y, por lo tanto, el último en actuar es el gobierno. Resolvemos por inducción hacia atrás.

(i) Gobierno resuelve:

$$\text{Min}_{\bar{\kappa}, \kappa} E \left[ (s_t - e_t - s_G - \varepsilon_t)^2 + a_i (e_t - e_{t-1})^2 \right]$$

$$\text{sa : } s_t = cte$$

$$e_t = e_{t-1} + \bar{\kappa} + \kappa \varepsilon_t$$

Nota: el gobierno conoce sus propias preferencias, así que conoce  $a_i$ .

De las condiciones de primer orden:

$$\kappa_i = \frac{-1}{1 + a_i} ; i = 1, 2$$

$$(1 + a_i) \bar{\kappa}_i = s_t - e_{t-1} - s_G ; i = 1, 2$$

(ii) En el primer período, el sindicato fija el salario:

$$s_t = s_U + E[e_t] = s_U + e_{t-1} + p \bar{\kappa}_1 + (1 - p) \bar{\kappa}_2$$

(Notar que el sindicato no conoce el tipo del gobierno, pero sabe que con probabilidad  $p$  es de tipo 1 y con probabilidad  $1-p$  es de tipo 2).

De estas dos últimas ecuaciones se deduce que:

$$(1 + a_i) \bar{\kappa}_i = s_U - s_G + p \bar{\kappa}_1 + (1 - p) \bar{\kappa}_2 ; i = 1, 2$$

Y de aquí se deduce inmediatamente que:

$$(1 + a_1 - p)\bar{k}_1 = s_U - s_G + (1 - p)\bar{k}_2$$
$$(a_2 + p)\bar{k}_2 = s_U - s_G + p\bar{k}_1$$

*Nota:* Cometí un error de imprenta en la letra que entregué en el examen. En lugar de decir que se mostrara que  $(a_2 + p)\bar{k}_2 = s_U - s_G + p\bar{k}_1$ , decía que se mostrara que  $(1 + a_2 + p)\bar{k}_2 = s_U - s_G + p\bar{k}_1$ . Verifiqué que ningún estudiante fue inducido a error por este problema de imprenta: la mayoría obtuvo el resultado correcto y quien no lo hizo tuvo errores previos conceptuales o de cálculo.

6. En régimen de discreción, el gobierno decide después que los particulares eligieron la inversión. Su regla de política será imponer tanto como sea necesario al capital y tan poco como sea posible al trabajo. En el primer período, los particulares analizan cuáles son las conjeturas razonables sobre la tasa de imposición al capital. La recaudación de impuesto al capital será:  $R = \tau_K(1 - \tau_K)y$ . Para ver cuáles son los equilibrios posibles, determino el punto máximo de la curva de Laffer. La tasa de impuestos que maximiza la recaudación surge de:  $\partial R / \partial \tau_K = (1 - 2\tau_K)y = 0$ . Es decir que la tasa que maximiza la recaudación es 0,5. La recaudación que se asocia a esa tasa es:  $R(0,5) = 0,5(0,5)y = 0,25y$ . Esta recaudación es menor al gasto del gobierno y, por lo tanto, el único equilibrio posible es el de expropiación total. Por lo tanto, hay un único equilibrio en el que  $\tau_K = 1$  y la tasa de impuesto al trabajo queda determinada implícitamente por:  $\tau_L l(\tau_L) = 0,3y$ .

